

Purpel Comet! Math Meet
آوریل ۲۰۱۳
مساله های مقطع راهنمایی
حق کپی رایت: Titu Andreescu and Jonathan Kane
مترجمان: شیرین ملک پور، انارام شهروان

مساله یک:

شکل ۱ (رجوع شود به شکل ۱ در انتهای سوالات) ۲ مثلث متساوی الساقین را در یک مربع 20×20 نشان می دهد. مربع بزرگ به ۴ مربع 10×10 تقسیم شده است. مساحت قسمت خاکستری را پیدا کنید.

مساله دو:

"فلوید" به یک ساعت عقربه دار در ساعت ۳:۲۶ نگاه کرد. دفعه ی بعد که "فلوید" به ساعت نگاه کرد حاصل جمع زوایایی که دو عقربه طی کرده بود 247° بود. ساعت چند دقیقه بعد از ساعت ۳ بود؟

مساله سه:

فرض کنید N حاصل جمع نخستین ۴ عدد اول سه رقمی است. حاصل جمع مقسوم علیه های اول $\frac{N}{3}$ را پیدا کنید.

مساله چهار:

یک نفر از طراحان مساله های این مسابقه، شخص بزرگ سالی است که سنش مساوی ۲ رقم آخر سال تولدش می باشد. تولد او در ماه آگوست (اوت ماه ۸) است. او امروز چند سالش است؟

مساله پنج:

یک عکس با مساحت ۱۶۰ اینچ مربع با یک نوار با عرض ۲ اینچ احاطه شده است. عکس با نوار دورش مسطیلی است که طولش ۲ برابر عرضش می باشد. طول مسطیل چند اینچ می باشد؟

مساله شش:

تحقیقات "پیت" نشان می دهد که تعداد گردو های جمع شده توسط سنجابها در پارک متناسب با مجذور تعداد سنجابها در پارک است. اگر "پیت" متوجه شود که ۴ سنجاب ۶۰ گردو جمع کرده اند، ۲۰ سنجاب چند گردو جمع می کنند؟

مساله هفت:

چند عدد ۷ رقمی مثبت وجود دارد که نه با ۷ شروع می شود نه با ۷ ختم می شود؟

مساله هشت:

"اشویل"، "بیکرزویل"، "چارتر" و "دارلینگتون" ۴ شهر کوچک در کنار یک جاده مستقیم هستند که به همین ترتیب که نوشته شده اند در کنار جاده قرار گرفته اند. مسافت بین "بیکرزویل" و "چارتر" یک سوم مسافت بین "اشویل" به "چارتر" و یک چهارم فاصله "بیکرزویل" به "دارلینگتون" است. اگر فاصله ی "بیکرزویل" به "چارتر" ۱۲ مایل باشد، فاصله ی "اشویل" به "دارلینگتون" چند مایل است؟

مساله نه:

حاصل جمع همه ی اعداد ۴ رقمی که ارقامشان جایگشتی از ۱, ۲, ۳, ۴ است را پیدا کنید. به طور مثال ۱۲۳۴, ۱۴۳۲, ۳۱۲۴ چنین اعدادی هستند.

مساله ده:

کوچکترین عدد صحیح مثبت k , را پیدا کنید به طوری که میانگین $k, k+1, k+2, k+3, \dots, 2k$ از ۲۰۰ بزرگتر باشد.

مساله یازده:

در شکل این مساله (رجوع شود به شکل ۲ در انتهای سوالات) دو ضلع مربع مماس بر دایره ای با قطر ۸ هستند. یک راس مربع بر روی دایره است. ۲ عدد صحیح و مثبت m, n وجود دارند که مساحت مربع برابر با $m + \sqrt{n}$ است. $m + n$ را پیدا کنید.

مساله دوازده: عدد صحیح n را پیدا کنید به طوری که $n - ۸۶$ و $n + ۸۶$ مجذور کامل باشند.

مساله سیزده:

عدد n را پیدا کنید که $(2^8)^n = 4^{442}$ باشد.

مساله چهارده:

چند مثلث در شکل دو (رجوع شود به شکل ۳ در انتهای سوالات) وجود دارد؟

مساله پانزده:

اگر a, b, c ۳ عدد حقیقی مثبت باشند که $a^2 + b^2 + c^2 = 989$, $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$ را پیدا کنید.

مساله شانزده:

یک معدن می خواهد سنگ بفروشد. با قیمت کامل، سنگها ۳۲۰۰ دلار میارزند. در هفته ی اول معدن ۶۰٪ سنگها را با قیمت کامل می فروشد. هفته ی بعد میانگین قیمت را ۱۰٪ کم می کند و ۶۰٪ بقیه ی سنگها را می فروشد. هر هفته بعد از آن معدن قیمت را ۱۰٪ کم می کند و ۶۰٪ بقیه ی سنگها را می فروشد. این کار را ادامه می دهد تا این که مقدار اندکی از سنگها باقی می ماند. درآمد این معدن از فروش این سنگها چند دلار است؟

مساله هفده:

اضلاع یک مستطیل ۶ و ۸ است. ۲ عدد نسبت به هم اول m, n وجود دارند که $\frac{m}{n}$ احتمال این است که یک نقطه به صورت تصادفی انتخاب شده در داخل مستطیل نزدیکتر به ضلع مستطیل است تا به قطر آن. $m + n$ را پیدا کنید.

مساله هجده:

شش بچه در یک صف در خارج کلاسشان ایستاده اند. وقتی وارد کلاس می شوند به صورت تصادفی در یک دایره می نشینند. ۲ عدد نسبت به هم اول m, n وجود دارند که $\frac{m}{n}$ احتمال این است که هیچ دو بچه ای که در صف در کنار هم ایستاده بودند در دایره کنار هم بنشینند. $m + n$ را پیدا کنید.

مساله نوزده:

برای هر عدد صحیح مثبت n ، a_n با n تا ۹ شروع می شود و با ۴۸۸ خاتمه می یابد. مثلاً $a_3 = ۹۹۹۴۸۸$, $a_۷ = ۹۹۹۹۹۹۴۴۸$ را پیدا کنید به صورتی که a_n به بزرگترین توان ۲ بخشپذیر باشد.

مساله بیست:

شکل ۳ (رجوع شود به شکل ۴ در انتهای سوالات) یک مکعب $۱۰ * ۲ * ۱$ با ۲ مکعب $۲ * ۲ * ۲$ چسبیده به آن است. جسم حاصل تو خالی است. ولی تمام سطح آن صفحه ای فلزی است. یک عنکبوت داخل مجرا بین دو نقطه ی مشخص شده راه می رود. ۲ عدد صحیح مثبت m, n وجود دارند که کوتاهترین مسیر طی شده توسط عنکبوت $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ طول دارد. $m + n$ را پیدا کنید.

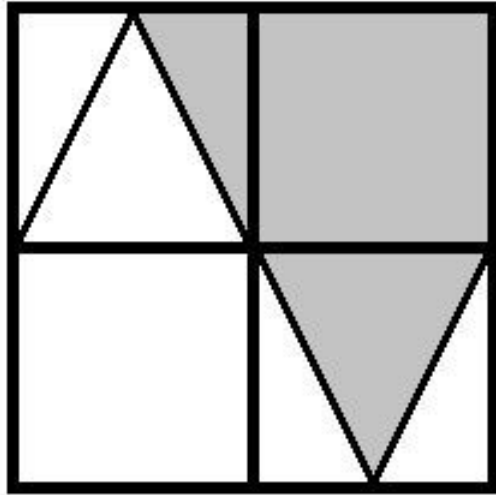


Figure 1:

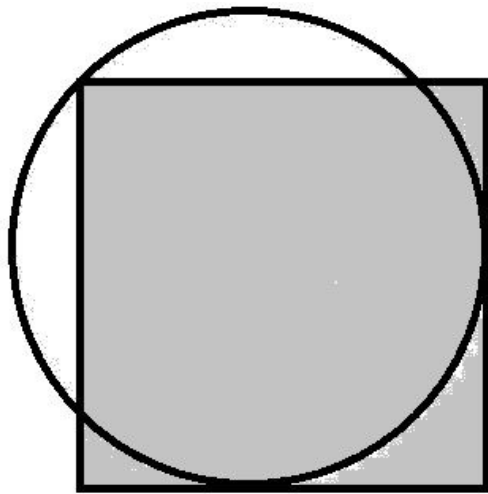


Figure 2:

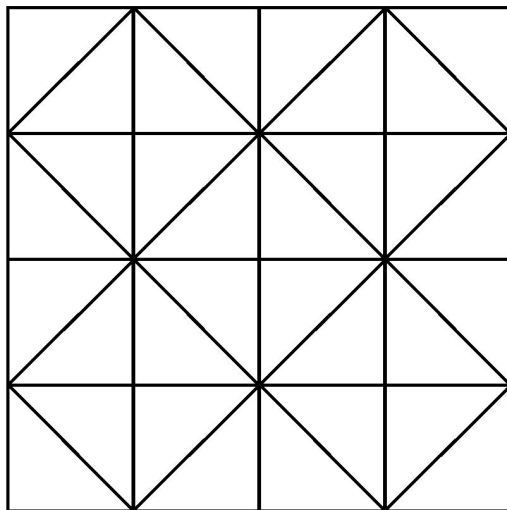


Figure 3:

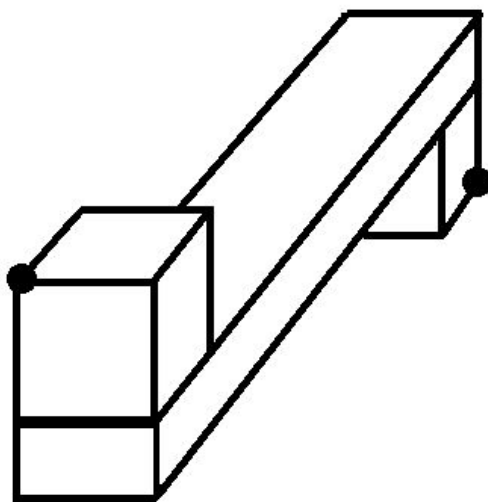


Figure 4: