مسئله ۱- میانگین پنج عدد ۱۷ ، ۹۸ ، ۳۹ ، ۵۴ و n ، عدد n میباشد. مطلوبست عدد n.

مسئله ۲- چند مجموعه دو عضوی از اعداد مثبت اول مانند $\{p, q\}$ می توان یافت بطوریکه $p+q=100$ باشد.

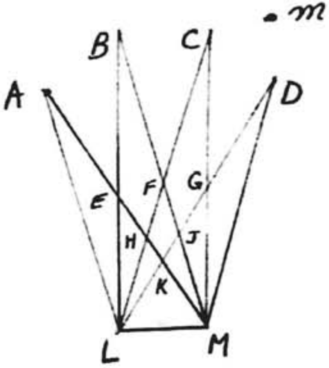
مسئله ۳- عدد نشان دهنده کدام درجه حرارت بر حسب فارنهایت، مساوی $\frac{1}{5}$ همان عدد بر حسب سانتی گراد است؟

مسئله ۴- شش جعبه با شماره های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ مفروضند. فرض کنید N توپ بین این شش جعبه پخش شده. مطلوبست حداقل مقدار N برای آنکه حداقل در یکی از آنها بطور حتم معادل مجذور شماره اش توپ باشد.

مسئله ۵- طول دو قطر چهارضلعی مفروضی ۱۲ و ۹ میباشد. اگر این دو قطر برهم عمود باشند مطلوبست مساحت این چهارضلعی

مسئله ۶- عدد ۱۵ رقمی $\overline{7a7ba7ab7ba7b77}$ بر ۹۹ بخش پذیر است مطلوبست $10a+b$.

مسئله ۷- تالیا بدون وقفه و بطور پیوسته ۶ کیلومتر را با سرعتهای مختلف به شرح زیر دویده است:
۲ کیلومتر اول را با سرعت ۱۲ کیلومتر در ساعت و ۲ کیلومتر بعدی را با سرعت ۱۰ کیلومتر در ساعت و ۲ کیلومتر آخر را با سرعت ۸ کیلومتر در ساعت. اگر متوسط سرعت او برای ۶ کیلومتری که طی کرده است به صورت $\frac{m}{n}$ با فرض m و n اعداد شمار مثبت و اول نسبت به یکدیگر بیان شود مطلوبست $m+n$.



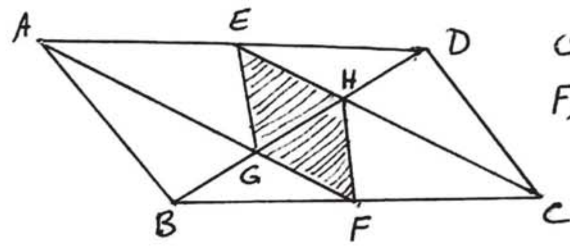
مسئله ۸- در شکل زیر داریم: $\angle LAM=\angle LBM=\angle LCM=\angle LDM$ و
$\angle AEB=\angle BFC=\angle CGD=34^\circ$
اگر $\angle KLM=\angle KML$ ، تعیین کنید $\angle AEF$ چند درجه است.

مسئله ۹- مطلوبست حاصل جمع کلیه اعداد صحیح و مثبت n وقتیکه مجموع ارقام n مساوی $2015-n$ باشند.

مسئله ۱۰- مجموع کلیه اعداد حقیقی x که در $x+\frac{1}{x}-17=\sqrt{x+\frac{1}{x}+17}$ صدق می کنند را بیابید.

مسئله ۱۱- فرض کنید رئوس یک چندضلعی بر شبکه شطرنجی متشکل از مربع‌های ۱×۱ منطبق است. بنابراین سطح چندضلعی را می‌توان از رابطه $I+\frac{B}{2}-1$ که به فرمول پیک معروف است بدست آورد. در این فرمول I تعداد نقاط شبکه هستند که در داخل چندضلعی و B تعداد نقاط شبکه هستند که بر روی اضلاع چندضلعی قرار دارند.
پیت می‌خواست سطح یک چندضلعی را با استفاده از این فرمول محاسبه کند ولی به اشتباه مقدار I را به جای B و مقدار B را به جای I قرار داد. نتیجه آن شد که عدد بدست آمده ۳۵ واحد کوچکتر باشد. اگر مقادیر I و B به کار گرفته شود و $n=\frac{I}{B}$ عدد صحیح باشد. بزرگترین مقدار ممکن n را بیابید.

مسئله ۱۲- حاصلضرب $20!\times 21!\times 22!\times\cdots\times 28!$ را می‌توان به صورت $m\cdot n^3$ بیان کرد که در آن m و n اعداد صحیح مثبت هستند و m بر مکعب هیچ عدد اولی بخش پذیر نیست. مطلوبست m.



مسئله ۱۳- شکل زیر متوازی الاضلاع ABCD را نشان میدهد که در آن $\overline{AB}=36$ و $\overline{AD}=60$. قطر $\overline{BD}$ بر ضلع عمود است. نقطه‌های E و F میان اضلاع $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ میباشند. نقاط G و H به ترتیب نقاط تقاطع با $\overline{AF}$ و $\overline{CE}$ هستند. مطلوبست مساحت چهارضلعی EGFH.

مسئله ۱۴- مطلوبست مقدار کسر مقابل:

$$\frac{\log_{10}(20)^2\cdot\log_{20}(30)^2\cdot\log_{30}(40)^2\cdots\cdots\log_{990}(1000)^2}{\log_{10}(11)^2\cdot\log_{11}(12)^2\cdot\log_{12}(13)^2\cdots\cdots\log_{99}(100)^2}$$

مسئله ۱۵- مربعی با طول ضلع ۶۰ مفروض است. در داخل این مربع چهار مثلث متساوی الساقین مساوی، با قاعده ۶۰ و ارتفاع ۵۰ بطوریکه هر یک از آنها یک ضلع منطبق بر یکی از اضلاع مربع داشته باشد بسازید.
مطلوبست مساحت هشت ضلعی مشترک بین مثلثها.

مسئله ۱۶- اگر m و n اعداد صحیح مثبت و اول نسبت به یکدیگر باشند و داشته باشیم:

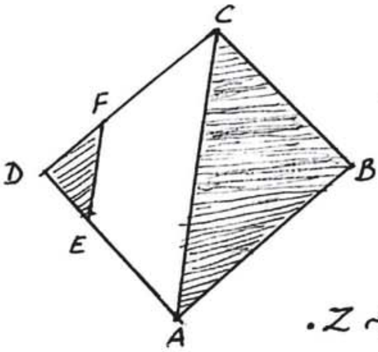
$$\left(1+\frac{1}{1+2^1}\right)\left(1+\frac{1}{1+2^2}\right)\left(1+\frac{1}{1+2^3}\right)\cdots\cdots\left(1+\frac{1}{1+2^{10}}\right)=\frac{m}{n}$$

مطلوبست $m+n$.

مسئله ۱۷- چند زیرمجموعه از مجموعه $S=\{1,2,3,\dots\dots,12\}$ وجود دارد که تفاضل هیچ دو عنصری از آن بیش از ۵ نباشد.

مسئله ۱۸- دترمینانهای D_1 و D_2 و D_3 به شرح مقابل داده شده. در حالت کلی، برای عدد صحیح و مثبت n، برای D_n چنین تعریف می کنیم که اجزاء سطر و ستون اول عدد <u>۱</u>، اجزاء باقیمانده سطر و ستون دوم عدد <u>۳</u>، اجزاء سطر و ستون سوم عدد <u>۵</u> و .... مطلوبست کوچکترین مقدار n برای آنکه داشته باشیم $D_n \geq 2015$.

$$D_1 = |1| \qquad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \qquad D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$



مسئله ۱۹- شکل مقابل، مربع $ABCD$ که هر ضلع آن ۲۴ میباشد را نشان میدهد. نقاط E و F به ترتیب بر روی اضلاع $\overline{AD}$ و $\overline{CD}$ مفروضند به طوریکه $DE = DF = 8$. اگر مجموعه X شامل مثلث هاشور زده ABC و کلیه نقاط داخلی آن و مجموعه Y شامل مثلث DEF و کلیه نقاط داخلی آن باشند، Z مجموعه ای از نقاط وسط خط راست واصل بین هر عضو از X با هر عضو از Y تعریف می شود؛ به زبان دیگر

$Z = \{ z \mid$ نقطه وسط خط راست xy است z ; $x \in X, y \in Y \}$ مطلوبست مساحت مجموعه Z.

مسئله ۲۰- چند جمله ای $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ که در آن a, b, c, d اعداد صحیح میباشند مفروض است. اگر داشته باشیم $P(5) + P(25) = 1906$ مطلوبست کوچکترین مقدار ممکن برای $|P(15)|$.

مسئله ۲۱- مطلوبست باقیمانده تقسیم $2008^{2014} + (2014 - 2008)^{2014}$ بر عدد ۱۰۰.

مسئله ۲۲- فرض کنید x یک عدد حقیقی بین ۰ و $\frac{\pi}{2}$ باشد که تابع $3\sin^2 x + 8\sin x + 9\cos^2 x$ در آن نقطه مقدار ماکزیمم خود، M را احراز می کند. مطلوبست: $M + 100\cos^2 x$

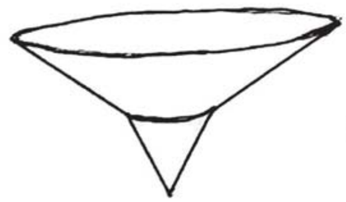
مسئله ۲۳- لری و دایان در دو سر یک جاده مستقیم به فاصله ۱۰۰ مایل از یکدیگر مستقر میباشند و در یک لحظه با ماشینهای خود به طرف هم حرکت می کنند. دایان با سرعت ثابت ۳۰ کیلومتر در ساعت حرکت می کند. به منظور ایجاد تنوع در سفر، در شروع هر ۱۰ مایل به شرطی که این دو نفر یکدیگر را ندیده باشند، لری با یک سکه سالم شیر و خط می کند. اگر شیر آمد ۱۰ مایل بعدی را با سرعت ۲۰ مایل در ساعت و اگر خط آمد ۱۰ مایل بعدی را با سرعت ۶۰ مایل در ساعت می راند. این دو نفر وقتی که به هم برسند به رانندگی پایان می دهند. میانگین تعداد دفعاتی که لری شیر یا خط می کند مساوی $\frac{m}{n}$ است که m و n هر دو اعداد صحیح و نسبت به هم اول هستند. مطلوبست $m+n$.

مسئله ۲۴ - عدد مختلط w یک بخش موهومی مثبت دارد و در رابطه $|w| = 5$ صدق می کند. در مختصات مختلط مثلث w و w^2 و w^3 در گوشه w قائمه است. مطلوبست بخش حقیقی w^3.

مسئله ۲۵ - به تعداد کافی مکعب مستطیل های کوچک چوبی به ابعاد $6 \times 4 \times 3$ در دسترس دارید و می خواهید با سه رنگ مختلف که در اختیارتان گذاشته اند آنها را با ظاهری متفاوت رنگ کنید. اگر هر وجه مکعب مستطیل را بتوان فقط با یک رنگ، رنگ کرد چند مکعب مستطیل با ظاهر متفاوت می توانید داشته باشید. (دو مکعب مستطیل را با ظاهر متفاوت میگویند اگر با چرخاندن یکی، نتوان ظاهر دیگری را نمایان ساخت.

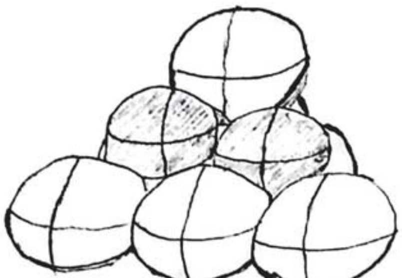
مسئله ۲۶ - هفت نفر با سنین مختلف که در یک جلسه شرکت کرده اند به طور تصادفی یکی یکی جلسه را ترک می کنند. اگر بدانیم جوانترین شرکت کننده بصورت پیش از مسن ترین شرکت کننده جلسه را ترک می کند. احتمال اینکه سومین، چهارمین و پنجمین نفر که جلسه را ترک می کنند از همین الگوی سنی برای خروجشان پیروی کنند (به ترتیب جوانترین، جوانتر، مسن تر) مساوی $\frac{m}{n}$ فرض می شود که در آن m و n اعداد مثبت و نسبت بهم اول هستند. مطلوبست $m+n$.

مسئله ۲۷ - قیفی به شکل مقابل اینگونه ساخته شده که در قسمت انتهایی آن مخروط کامل قائمی که شعاع قاعده آن ۲ سانتی متر و ارتفاع آن ۶ سانتی متر میباشد به صورت معکوس قرار دارد. بر قاعده این مخروط کامل قائم، مخروط ناقص قائمی که شعاع قاعده های آن ۲ و ۸ سانتی متر و ارتفاعش ۶ سانتی متر میباشد نصب گردیده (جوش داده اند).

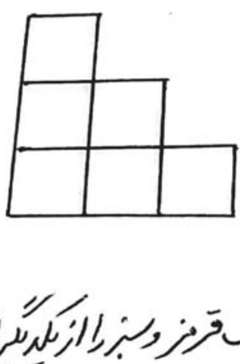


اگر میزان باران ۲ سانتی متر گزارش شده باشد؛ ارتفاع باران جمع آوری شده در این قیف $m+\sqrt[3]{n}$ میباشد که در آن m و n اعداد صحیح و مثبت هستند. مطلوبست $m+n$.

مسئله ۲۸ - $A=\{1,2,3,4,5\}$ و $B=\{0,1,2\}$ مفروضند. مطلوبست تعداد مجموعه هایی از دو تابع مانند $\{f,g\}$ به طوریکه هم f و هم g مجموعه A را در B بنگارند و دقیقاً ۲ عنصر $x \in A$ وجود داشته باشد بطوریکه $f(x) = g(x)$ باشد. بطور مثال تابع f با وصف $1 \to 0$ و $2 \to 1$ و $3 \to 0$ و $4 \to 2$ و $5 \to 1$ و تابع مقدار ثابت g که هر عضو مجموعه A را در ۰ می نگارد؛ این زوج تابع را نشان میدهند.



مسئله ۲۹ - ده توپ در یک ساختار هرم گونه بر روی هم انباشته شده اند. بر روی قاعده مثلث شکل هرم ۶ توپ با شعاع ۶ قرار دارد که با یکدیگر حالت مماس دارند. سطح میانی با سه توپ با شعاع ۵ هر یک به حالت مماس بر سه توپ زیرین شکل مثلث گونه ای را بوجود آورده اند و در بالاترین طبقه یک توپ با شعاع ۶ مماس بر سه توپ میانی قرار دارد. شکل مقابل بیان صورت مسئله است درحالیکه توپهای سطح میانی هاشور خورده اند. ارتفاع این هرم گونه $m+\sqrt{n}$ است که در آن m و n اعداد صحیح مثبت هستند. مطلوبست $m+n$



مسئله ۳۰ - سیندی و نیل میخواستند دیواره یک پلکان را که دارای ۶ مربع به شکل مقابل است طوری رنگ کنند که هیچیک از دو مربع مجاور یک رنگ نداشته باشند. سیندی با استفاده از چهار رنگ قرمز، سفید، آبی و سبز n طرح رنگ آمیزی در این زمینه ارائه کرد.
نیل به این طرحها نگاه کرد و K طرح را مردود اعلام کرد چون ادعا می کرد که در آنها دو مربع مجاور هم رنگ وجود دارند. اگر ادعای او به خاطر کور رنگی او باشد که نمی تواند رنگ قرمز و سبز را از یکدیگر تشخیص دهد مطلوبست $n+K$.
(توجه کنید هر مربع می تواند یک رنگ داشته باشد)