۱- اگر داشته باشیم $۵^{n-۱} - ۵^{n-۲} = ۵۰۰$، در این‌صورت ۳^n کدام است؟

$۵^{n-۱} - ۵^{n-۲} = ۵۰۰ \to ۵^n(۵^{-۱} - ۵^{-۲}) = ۵۰۰$

$۵^n\left(\frac{۱\times۵}{۵\times۵} - \frac{۱}{۲۵}\right) = ۵۰۰ \to \frac{۴}{۲۵}\times ۵^n = ۵۰۰ \to ۵^n = ۵۰۰ \div \frac{۴}{۲۵} = \frac{\cancel{۵۰۰}^{۱۲۵}}{۱}\times\frac{۲۵}{\cancel{۴}}$

$\Rightarrow ۵^n = ۱۲۵\times۲۵ = ۵^۳\times۵^۲ \to ۵^n = ۵^۵ \to \boxed{n=۵} \to ۳^n = ۳^۵ = \boxed{۲۴۳}$

۲- از تساوی $(۰/۵)^x = ۴\times۲^{x+۱}$، عدد x کدام است؟

$۴\times۲^{x+۱} = (۰/۵)^x \to ۲^۲\times۲^{x+۱} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^x$

$۲^{x+۳} = (۲^{-۱})^x \to ۲^{x+۳} = ۲^{-x} \to x+۳ = -x$

$x+x = -۳$

$۲x = -۳$

$\boxed{x = -\frac{۳}{۲}}$

۳- معادله $۵^x - ۵^{۳-x} = ۲۰$ را حل کنید.

$۵^x - ۵^{۳-x} = ۲۰ \to ۵^x - \frac{۵^۳}{۵^x} = ۲۰ \xrightarrow{\times ۵^x}$

$۵^{۲x} - ۵^۳ = ۲۰\times۵^x \xrightarrow{۵^x = A} A^۲ - ۱۲۵ = ۲۰A \to A^۲ - ۲۰A - ۱۲۵ = ۰$

$(A-۲۵)(A+۵) = ۰ \to \begin{cases} A = ۲۵ \to ۵^x = ۵^۲ \to \boxed{x = ۲} \\ A = -۵ \to ۵^x = -۵ \to \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$

۴- اگر مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{۵}-۲)^{x^۲} > (\sqrt{۵}+۲)^{۳x-۴}$، بازه (a,b) باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

$\sqrt{۵}-۲\times\frac{\sqrt{۵}+۲}{\sqrt{۵}+۲} = \frac{۵-۴}{\sqrt{۵}+۲} = \frac{۱}{\sqrt{۵}+۲} = (\sqrt{۵}+۲)^{-۱}$

$\left((\sqrt{۵}+۲)^{-۱}\right)^{x^۲} > (\sqrt{۵}+۲)^{۳x-۴} \xrightarrow[a>۱ \to f(x)>g(x)]{a^{f(x)} > a^{g(x)}} -x^۲ > ۳x-۴ \to x^۲+۳x-۴ < ۰$

$(x+۴)(x-۱) < ۰ \to \underset{a}{\boxed{-۴}} < x < \underset{b}{\boxed{۱}}$

$\boxed{b-a = ۵}$

۵- مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۵-۳x} < ۲^{۴x+۱۱}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

$\frac{۱}{۴} = ۲^{-۲} \to (۲^{-۲})^{۵-۳x} < ۲^{۴x+۱۱}$

$۲^{-۱۰+۶x} < ۲^{۴x+۱۱} \to -۱۰+۶x < ۴x+۱۱ \to ۲x < ۲۱ \to x < \frac{۲۱}{۲} = ۱۰/۵$

اعداد طبیعی کوچکتر از $۱۰/۵ =$ ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰ ⟸ ده عدد

۱- با توجه به معادلات زیر، حاصل $x+y$ کدام است؟

$$\begin{cases} ۴^{۲x+۲} = ۱۶^{۲x+۳} \\ ۲۵^{۳x+۲y} = (\frac{۱}{۵})^{۲x} \end{cases}$$

۱) -۳ ‏ ۲) ۳ ‏ ۳) -۲ ‏ ۴) ۲

۲- جواب معادله $\underbrace{۴^{x^۲}+۴^{x^۲}+...+۴^{x^۲}}_{\text{تا ۱۶}} = \underbrace{۲^{x-۱}+۲^{x-۱}+...+۲^{x-۱}}_{\text{تا ۶۴}}$ کدام است؟

۱) -۱ و $\frac{۱}{۲}$ ‏ ۲) -۱ و $-\frac{۱}{۲}$ ‏ ۳) ۱ و $-\frac{۱}{۲}$ ‏ ۴) ۱ و $\frac{۱}{۲}$

۳- نامساوی $۹^{\sqrt{۳}} > ۲۷$، .... و نامساوی $(۰/۲۵)^{\sqrt{۳۵}} > \frac{۱}{۱۶^۳}$ ، .... است.

۱) درست- نادرست ‏ ۲) نادرست- نادرست ‏ ۳) نادرست - درست ‏ ۴) درست- درست

۴- مجموعه جواب نامعادله $(۰/۲)^{۵x-x^۲-۸} < ۶۲۵$ کدام است؟

۱) $۱<x<۴$ ‏ ۲) $۲<x<۳$ ‏ ۳) $۳<x<۴$ ‏ ۴) $۱<x<۵$

۵- اگر $(\frac{۱}{۳})^{۵-x} < (\frac{۱}{۳})^{۲x+۱}$ باشد، آن‌گاه حدود A کدام است؟

۱) $x<\frac{۴}{۳}$ ‏ ۲) $a>۰$ ‏ ۳) $a\neq ۱$ ‏ ۴) $x>۲$

۶- جواب نامعادله $(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^{۴x+۵} \le (\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^{x^۲+x+۱}$ چند است؟

۱) $-۱\le x\le ۴$ ‏ ۲) $-۱\le x\le ۲$ ‏ ۳) $-۶\le x\le ۴$ ‏ ۴) $-۱\le x\le ۶$

۷- جواب معادله $۴^{۱-x}+(\frac{۱}{۲})^{۲x+۱} = ۷۲$ کدام است؟

۱) ۳ ‏ ۲) ۲ ‏ ۳) -۲ ‏ ۴) -۳

۸- مجموعه جواب نامعادله $(۲-\sqrt{۳})^{x} \ge (۲+\sqrt{۳})^{x^۲}$ بازه $[a,b]$ است. $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ‏ ۲) ۲ ‏ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ‏ ۴) ۱

۹- مجموع ریشه های معادله $\left(\frac{۱}{۴}\right)^{۲x+۸} = (\frac{۱}{۲^{x-۳}})^{x-۲}$ کدام است؟

۱) ۸ ‏ ۲) ۹ ‏ ۳) -۸ ‏ ۴) -۹

«پاسخ تشریحی سوالات چهارگزینه‌ای صفحه ۹»

۱-

$$\begin{cases} 4^{2x+2} = 16^{2x+3} \longrightarrow (2^2)^{2x+2} = (2^4)^{2x+3} \Longrightarrow 4x+4 = 8x+12 \longrightarrow \boxed{x=-2} \\ 25^{3x+2y} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \xrightarrow{x=-2} (5^2)^{3(-2)+2y} = (5^{-1})^{2(-2)} \Longrightarrow (5^2)^{-6+2y} = 5^{+4} \longrightarrow -12+4y = +4 \longrightarrow \boxed{y=4} \end{cases}$$

گزینه ۴

$$\xrightarrow[y=4]{x=-2} x+y = -2+4 = 2$$

۲- گزینه ۳

$$\underbrace{2^{x-1}+2^{x-1}+\dots+2^{x-1}}_{64} = \underbrace{4^{x^2}+4^{x^2}+\dots+4^{x^2}}_{16} \Longrightarrow 64\times 2^{x-1} = 16\times 4^{x^2}$$

$$\Longrightarrow 2^6\times 2^{x-1} = 2^4\times(2^2)^{x^2} \longrightarrow 2^{x+5} = 2^{2x^2+4} \longrightarrow x+5 = 2x^2+4$$

$$\longrightarrow 2x^2-x-1=0 \longrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

۳- گزینه ۴

$$9^{\sqrt{3}} = (3^2)^{\sqrt{3}} = 3^{2\sqrt{3}} \simeq 2\times 1.7 = 3.4 \ ,\ 27 = 3^3 \Longrightarrow 9^{\sqrt{3}} > 27$$ درست

$$(0.25)^{\sqrt{35}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{35}} = (2^{-2})^{\sqrt{35}} = 2^{-2\sqrt{35}} > \frac{1}{16^3} = (2^{-4})^3 = 2^{-12} \Longrightarrow$$ درست

۴- گزینه ۱

$$(0.2)^{5x-x^2-8} \Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 5^{-1} \Longrightarrow (5^{-1})^{5x-x^2-8} < 625$$

$$5^{x^2-5x+8} < 5^4 \longrightarrow x^2-5x+8 < 4 \longrightarrow x^2-5x+4<0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 1<x<4$$

۵- گزینه ۱

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{5-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \longrightarrow 5-x > 2x+1 \longrightarrow x < \frac{4}{3}$$

۶- گزینه ۱

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{4x+5} \leq (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{x^2+x+1} \xrightarrow{0<a<1} 4x+5 \geq x^2+x+1 \longrightarrow x^2-3x-4 \leq 0$$

$$\longrightarrow \text{تعیین علامت} \Longrightarrow -1 \leq x \leq 4$$

۷- گزینه ۳

$$(2^2)^{1-x} + (2^{-1})^{2x+1} = 72 \longrightarrow 2^{2-2x} + 2^{-2x-1} = 72 \longrightarrow 2^{-2x}(\overset{4}{\cancel{2^2}} + \overset{\frac{1}{2}}{2^{-1}}) = 72$$

$$2^{-2x}\left(\frac{9}{2}\right) = 72 \longrightarrow 2^{-2x} = 2^4 \longrightarrow \boxed{x=-2}$$

۸- گزینه ۴

$$(2-\sqrt{3})^{x} \geq (2+\sqrt{3})^{x^2}$$

$$2-\sqrt{3} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{4-3}{2+\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3})^{-1}$$

$$\left((2+\sqrt{3})^{-1}\right)^{x} \geq (2+\sqrt{3})^{x^2}$$

$$-x \geq x^2 \longrightarrow x^2+x \leq 0 \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{تعیین}} x(x+1) \leq 0 \longrightarrow \boxed{\overset{0}{a}} \leq x \leq \boxed{\overset{1}{b}}$$

$$\underbrace{b-a=1-0=1}$$

۹- گزینه ۲

$$\left(\frac{1}{2^{x-3}}\right)^{x-2} = \left(\left(2^{x-3}\right)^{-1}\right)^{x-2} = \left(2^{x-3}\right)^{-x+2} = 2^{-x^2+2x+3x-6}$$

$$= 2^{-x^2+5x-6} \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x+8} = \left(2^{-2}\right)^{2x+8} = 2^{-4x-16} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 2^{-x^2+5x-6} = 2^{-4x-16} \longrightarrow -x^2+5x-6 = -4x-16$$

$$\longrightarrow x^2-9x-10=0 \longrightarrow (x-10)(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=+10 \\ x=-1 \end{cases} \longrightarrow \underline{10+(-1)=9}$$

۱- اگر $f(x)=\log_3 x$ باشد، مقدار $f(1)+f^{-1}(2)$ کدام است؟

$$f(x)=\log_3 x \longrightarrow f^{-1}(x)=3^x \longrightarrow f(1)=\log_3 1=0$$

$$f^{-1}(2)=3^2=9$$

$$\Longrightarrow f(1)+f^{-1}(2)=0+9=9$$

۲- اگر $\log_3 4=\alpha$ و $\log_2 5=\beta$، آن‌گاه حاصل $3^{\alpha\beta}$ چند است؟

$$\log_3 4=\alpha \longrightarrow 4=3^\alpha \quad (1) \longrightarrow 3^{\alpha\beta}=?$$

$$\log_2 5=\beta \longrightarrow 5=2^\beta \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)} (3^\alpha)^\beta=(4)^\beta \longrightarrow 3^{\alpha\beta}=(2^2)^\beta=(2^\beta)^2 \xrightarrow[2^\beta=5]{(2)} 3^{\alpha\beta}=5^2=25$$

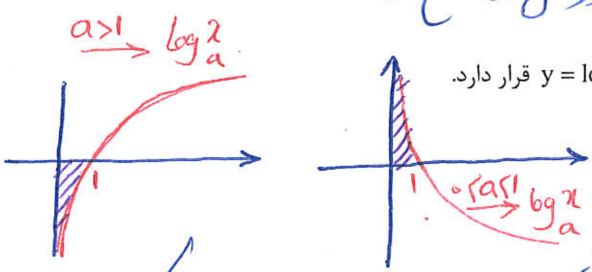
۳- درستی یا نادرستی موارد زیر را مشخص کنید.

الف) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از یک، همواره عددی منفی است. X

ب) تابع لگاریتم $(y=\log_a^x)$ یک به یک نیست. X تابع لگاریتم همواره یک به یک است

ج) تابع لگاریتم $(y=\log_a^x)$ محور y ها را قطع می‌کند. X با توجه به نمودار محور y ها قطع نمی‌شود.

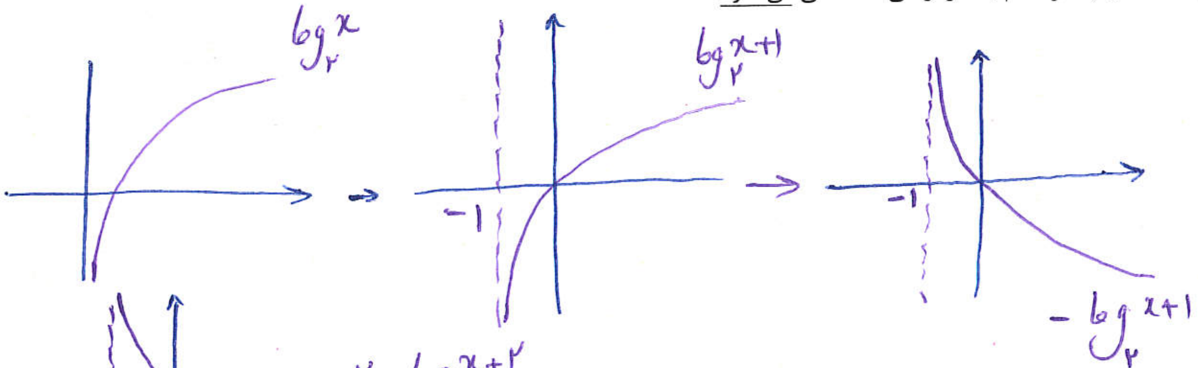
د) اگر نقطه (b,d) روی نمودار $y=a^x$ قرار داشته باشد، آن‌گاه (d,b) روی نمودار $y=\log_a^x$ قرار دارد.

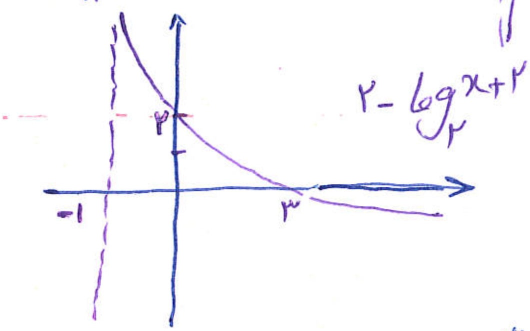


الف) می‌دانیم شکل تابع لگاریتم به دو صورت مقابل است.
با توجه به دو نمودار مقابل اگر $a>1$ برای $0<x<1$ ، log عددی منفی
و برای $0<a<1$ و $0<x<1$ ← log عددی مثبت است

د) اگر نقطه (b,d) روی تابع $f(x)$ باشد، نقطه (d,b) روی $f^{-1}(x)$ است و با توجه به اینکه a^x و $\log_a^x$ معکوس یکدیگرند صحیح است.

۱- نمودار تابع $f(x)=۲-\log_{۲}^{(x+1)}$ از کدام یک از نواحی مختصاتی می‌گذرد؟ رسم کنید.





یعنی تابع از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد.

۲- نمودار تابع $y=\log_{\frac{1}{۲}}(x-1)$ را به کمک نقطه‌یابی رسم کنید.

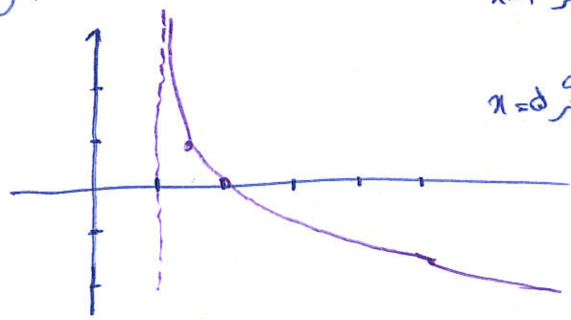
$y=\log_{\frac{1}{۲}}(x-1)$

x	۱	$\frac{۳}{۲}$	۲	۵
y	∞	۱	۰	-۲

اگر $x=\frac{۳}{۲} \to y=\log_{\frac{1}{۲}}(\frac{۳}{۲}-1)=\log_{\frac{1}{۲}}\frac{1}{۲}=1$

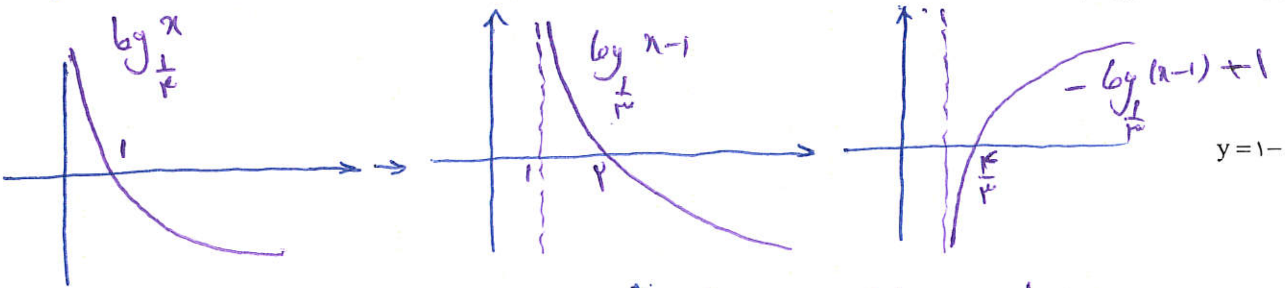
اگر $x=۲ \to y=\log_{\frac{1}{۲}}^{۲-1}=\log_{\frac{1}{۲}}^{1}=۰$

اگر $x=۵ \to y=\log_{\frac{1}{۲}}^{۴}=\log_{۲^{-1}}^{۲^{۲}}=\frac{۲}{-1}=-۲$

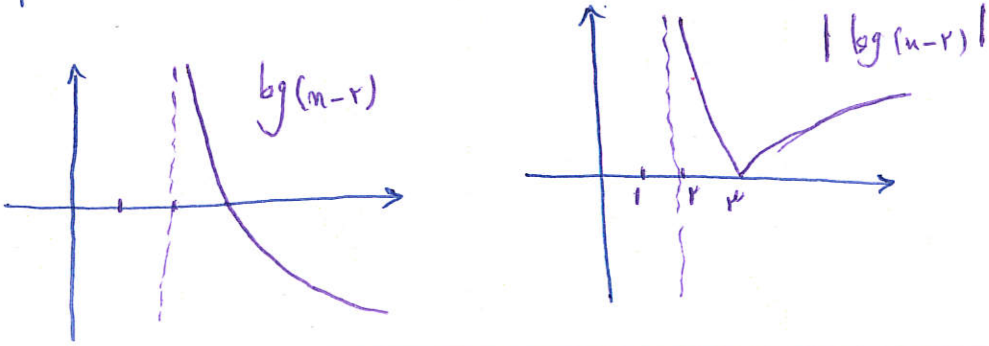


۳- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

الف) $y=1-\log_{\frac{1}{۳}}(x-1)$



ب) $y=|\log(x-۲)|$



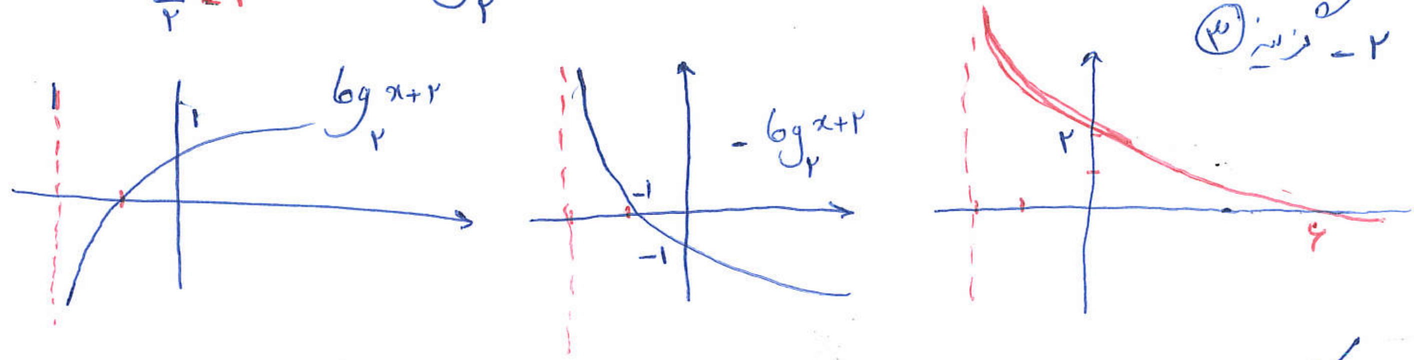
// حل سوالات چهارگزینه‌ای صفحه ۱۵ //

۱- چون تابع نزولی است پس مبنا $0<a<1$ و روی محور x ها ۲ واحد عقب رفته است

گزینه ۴

$y=\log_{\frac{1}{2}=2^{-1}}^{x+2}=-\log_{2}^{x+2}$

۲- گزینه ۳



۳- گزینه ۱

۴- گزینه ۱

$y=\log_{\frac{1}{2}}(ax+b)\xrightarrow{\begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix}}0=\log_{\frac{1}{2}}(a(-1)+b)\longrightarrow -a+b=1$

نیمساز ناحیه چهارم یعنی طول و عرض قرینه هم $\xrightarrow{\begin{bmatrix}+1\\-1\end{bmatrix}}-1=\log_{\frac{1}{2}}^{a+b}\Rightarrow a+b=2$

$\Rightarrow \boxed{b=\frac{3}{2}}$

۵- گزینه ۲

$y=2-\log_{10}(x+10)\xrightarrow{\begin{bmatrix}x_0\\0\end{bmatrix}}0=2-\log_{10}(x_0+10)\to \log_{10}^{x_0+10}=2\to x_0+10=10^2=100$

$\longrightarrow \boxed{x_0=90}$

$\xrightarrow{\begin{bmatrix}0\\y_0\end{bmatrix}} y_0=2-\log_{10}^{10}=2-1=1\longrightarrow \boxed{y_0=1}\quad\Longrightarrow \boxed{x_0+y_0=91}$

۶- گزینه ۳

$y=\log_2^{ax}+5\xrightarrow{\begin{bmatrix}3\\-2\end{bmatrix}}$ روی تابع اصلی $\longrightarrow \begin{bmatrix}-2\\3\end{bmatrix}\longrightarrow$ روی تابع معکوس

$3=\log_2^{a(-2)+5}\longrightarrow -2a+5=8\longrightarrow \frac{-2a}{-2}=\frac{3}{-2}\longrightarrow \boxed{a=-\frac{3}{2}}$

۷- گزینه ۳

« حل تشریحی سوالات صفحه ۱۷ »

۱-

$$f(x)=\sqrt{\log_3(2x+1)-1} \longrightarrow f(4)=\sqrt{\log_3 9-1}\quad (9=3^2) \quad =\sqrt{2\log_3 3-1}=1$$

۲-

الف) $\log_{10} 0/01=-2 \longrightarrow 10^{-2}=0/01$

ب) $\log_4 8=\frac{3}{2} \longrightarrow 4^{\frac{3}{2}}=8$

ج) $\log_{\sqrt{2}} 1=0 \longrightarrow \sqrt{2}^{\,0}=1$

۳-

$$f(x)=\log_2 x^2 \longrightarrow x^2>0 \longrightarrow \begin{array}{c|ccc} & & 0 & \\ \hline x^2 & + & 0 & + \end{array} \longrightarrow D=\mathbb{R}-\{0\}$$

۴-

$$f(x)=\log(x^2-2x+3) \xrightarrow{y} x^2-2x+3=(x^2-2x+1)+3-1$$

$$=\underbrace{\underbrace{(x-1)^2}_{\geq 0}+2}_{\geq 2} \Longrightarrow \log_{10} y \geq \log_{10} 2 \Longrightarrow f(x)\geq \log_{10} 2$$

۵-

① $1-\log(x-3)\geq 0 \longrightarrow 1\geq \log_{10}(x-3) \longrightarrow 10\geq x-3 \longrightarrow x\leq 13$

② $x-3>0 \longrightarrow x>3$

①$\cap$② $\Longrightarrow 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 \longrightarrow$ ۱۰ عدد صحیح

۶-

$$\log_3\left((1-\sqrt{2})^2+\sqrt{8}\right)=\log_3 1-\cancel{2\sqrt{2}}+2+\cancel{\sqrt{8}}=\log_3 3=1$$

« حل سوالات چهارگزینه‌ای صفحه ۱۸ »

۱-

$$f(x)=\text{۳}-\text{۲}\log_{\text{۴}}^{\frac{\text{۲}}{x-\text{۱۰}}} \longrightarrow \begin{cases} f(\text{۱۴})=\text{۳}-\text{۲}\log_{\text{۴}=\text{۲}^{\text{۲}}}^{\frac{\text{۲}}{\text{۴}}=\frac{\text{۱}}{\text{۲}}=\text{۲}^{-\text{۱}}}=\text{۳}-\text{۲}\times\frac{(-\text{۱})}{\text{۲}}=\text{۴} \\ f(\text{۴۲})=\text{۳}-\text{۲}\log_{\text{۴}=\text{۲}^{\text{۲}}}^{\frac{\text{۲}}{\text{۳۲}}=\frac{\text{۱}}{\text{۱۶}}=\text{۲}^{-\text{۴}}}=\text{۳}-\text{۲}\times\frac{(-\text{۴})}{\text{۲}}=\text{۷}\end{cases}$$

$$f(\text{۴۲})-f(\text{۱۴})=\text{۷}-\text{۴}=\text{۳}$$

گزینه ۱

۲- گزینه ۳

$$\log_{\text{۲}}^{\text{۲}+\sqrt{\text{۳}}}-\log_{\text{۲}}^{\text{۲}-\sqrt{\text{۳}}}=\log_{\text{۲}}^{\frac{(\text{۲}+\sqrt{\text{۳}})}{\text{۲}-\sqrt{\text{۳}}}\times\frac{(\text{۲}+\sqrt{\text{۳}})}{\text{۲}+\sqrt{\text{۳}}}}=\log_{\text{۲}}^{\frac{(\text{۲}+\sqrt{\text{۳}})^{\text{۲}}}{\text{۱}}}\simeq\left[\log_{\text{۲}}^{\text{۱۰}}\right]\simeq\left[\log_{\text{۲}}^{\text{۸}}\right]=\boxed{\text{۳}}$$

۳- گزینه ۲

$$f(x)=\log_{\frac{\text{۱}}{\text{۳}}}(ax+b)\xrightarrow{\begin{bmatrix}\text{۲}\\ \text{۰}\end{bmatrix}}\log_{\frac{\text{۱}}{\text{۳}}}^{\text{۲}a+b}=\text{۰}\longrightarrow \text{۲}a+b=\left(\tfrac{\text{۱}}{\text{۳}}\right)^{\text{۰}}=\text{۱}\quad (\text{۱})$$

$$\text{۲}x+y=\text{۱}\xrightarrow{y=-\text{۱}}\text{۲}x=\text{۲}\longrightarrow x=\text{۱}\xrightarrow{\begin{bmatrix}\text{۱}\\ -\text{۱}\end{bmatrix}}\log_{\frac{\text{۱}}{\text{۳}}}^{a+b}=-\text{۱}\longrightarrow a+b=\text{۳}\quad (\text{۲})$$

$$\begin{cases}\text{۲}a+b=\text{۱}\\ a+b=\text{۳}\end{cases}\longrightarrow a=-\text{۲},\ b=\text{۵}\longrightarrow f(x)=\log_{\frac{\text{۱}}{\text{۳}}}^{-\text{۲}x+\text{۵}}\xrightarrow{x=-\text{۲}}\log_{\frac{\text{۱}}{\text{۳}}}^{\text{۹}=\text{۳}^{\text{۲}}}=\boxed{-\text{۲}}$$

۴- گزینه ۱

$$\log^{-x^{\text{۲}}+\text{۵}x-\text{۶}}\Rightarrow -x^{\text{۲}}+\text{۵}x-\text{۶}>\text{۰}\xrightarrow[\text{علامت}]{\text{تعیین}}\boxed{\text{۲}<x<\text{۳}}$$

۵- گزینه ۲

$$D_{f(\text{۲}x)}=[-\text{۱},\text{۲}]\longrightarrow D_{f(x)}=[-\text{۲},\text{۴}]$$

$(\text{۱})\quad x+\text{۱}>\text{۰}\longrightarrow x>-\text{۱}$

$$(\text{۲})\quad |x+\text{۱}|=-\text{۲}\leq x+\text{۱}\leq\text{۴}\xrightarrow[\text{منهای یک}]{\text{کل عبارت}}-\text{۳}\leq x\leq\text{۳}\longrightarrow(-\text{۳},\text{۳})$$

$$(\text{۳})\quad -\text{۲}\leq\log_{\text{۲}}^{x+\text{۱}}\leq\text{۴}\longrightarrow\begin{cases}x+\text{۱}\geq\text{۲}^{-\text{۲}}\longrightarrow x+\text{۱}\geq+\frac{\text{۱}}{\text{۴}}\longrightarrow x\geq-\frac{\text{۳}}{\text{۴}}\\ x+\text{۱}\leq\text{۲}^{\text{۴}}\longrightarrow x+\text{۱}\leq\text{۱۶}\longrightarrow x\leq\text{۱۵}\end{cases}\Longrightarrow -\frac{\text{۳}}{\text{۴}}\leq x\leq\text{۱۵}$$

$$(\text{۱})\cap(\text{۲})\cap(\text{۳})\Longrightarrow\left[-\frac{\text{۳}}{\text{۴}},\text{۳}\right]$$

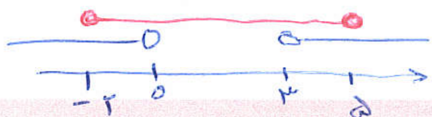
۶- گزینه ۱

$$x^{\text{۲}}-\text{۳}x>\text{۰}\longrightarrow x<\text{۰}\ \cup\ x>\text{۳}\quad(\text{۱})$$

$$\text{۱}-\log x^{\text{۲}}-\text{۳}x\geq\text{۰}\longrightarrow\text{۱}\geq\log_{\text{۱۰}}^{x^{\text{۲}}-\text{۳}x}\Longrightarrow x^{\text{۲}}-\text{۳}x\leq\text{۱۰}$$

$$x^{\text{۲}}-\text{۳}x-\text{۱۰}\leq\text{۰}\longrightarrow -\text{۲}\leq x\leq\text{۵}\quad(\text{۲})$$

$$(\text{۱})\cap(\text{۲})$$



$$[-\text{۲},\text{۰})\cup(\text{۳},\text{۵}]$$

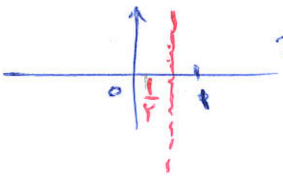
۷ـ گزینه ۱

$$7^{2\log_{49}2+3\log_{49}3} = 7^{\log_{49}2^2+\log_{49}3^3} = 7^{\log_{49}4\times 27}$$

$$= (4\times 27)^{\log_{49=7^2}7} = (4\times 27)^{\frac{1}{2}\cancel{\log_7 7}} = \sqrt{108} = \sqrt{36\times 3} = 6\sqrt{3}$$

۸ـ می‌دانیم $\log x$ برای $x>0$ تعریف می‌شود بنابراین با توجه به اینکه $x<\frac{1}{2}$ یعنی اینکه نقطه $x=\frac{1}{2}$ مجانب عمودی است که به ازای آن $ax+b=0$ می‌شود

$D_{\log(ax+b)} \Rightarrow$



$$x=\frac{1}{2} \to ax+b=0 \to \frac{1}{2}a+b=0$$
$$f(-1)=1 \to -a+b=6$$
$$\Rightarrow \frac{3}{2}a=-6 \to \boxed{a=-4},\quad \boxed{b=2}$$

$$f(x)=\log_6^{-4x+2} \to f\left(-\frac{17}{2}\right)=\log_6^{-4\left(-\frac{17}{2}\right)+2}=\log_6^{36=6^2}=\boxed{2}$$

گزینه ۴

۹ـ گزینه ۲

$$\log_2^{3x-3[x]+1} \Rightarrow 3x-3[x]+1 = 3\underbrace{(x-[x])}+1$$

$$0\le x-[x]<1$$
$$0\le 3(x-[x])<3$$
$$1\le 3(x-[x])+1<4$$

$$\log_2 1 \le \log_2^{3x-3[x]+1} < \log_2 4$$
$$0 \le \quad // \quad < 2$$

۱۰ـ گزینه ۱

$$\to -\frac{a}{2}+b=0$$
$$f(4)=2 \to 4a+b=9$$
$$\Rightarrow \frac{9}{2}a=9 \to a=2,\quad b=1$$

$$f(x)=\log_3^{2x+1} \to f\left(-\frac{4}{9}\right)=\log_3^{2\left(-\frac{4}{9}\right)+1}=\log_3^{\frac{1}{9}=3^{-2}}=\boxed{-2}$$

" حل تشریحی سوالات صفحه ۲۰ "

-۱

$$\log_{\sqrt{32}} \frac{\sqrt[3]{2}}{8}, \quad \frac{\sqrt[3]{2}}{8} = \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{3}} = 2^{\frac{1}{3}-3} = 2^{-\frac{8}{3}}, \quad \sqrt{32} = \sqrt{2^{5}} = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$= \frac{-\frac{8}{3}}{\frac{5}{2}} \log_2 2 = -\frac{16}{15}$$

-۲

$$4a^2+9b^2=13ab \longrightarrow 4a^2+12ab+9b^2 = 13ab+12ab$$

$$\longrightarrow \sqrt{(2a+3b)^2} = \sqrt{25ab} = 5\sqrt{ab}$$

$$\log_{ab} \frac{2a+3b}{5} = \log_{ab} \frac{5\sqrt{ab}}{5} = \log_{ab} (ab)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_{ab} ab = \frac{1}{2}$$

-۳

الف) $\log_3 54 - \log_3 2 = \log_3 (\overset{3^3}{\cancel{27}} \times 2) - \log_3 2$

$$= 3\log_3 3 + \cancel{\log_3 2} - \cancel{\log_3 2} = 3$$

ب) $\log_5 (\sqrt{125})^3 = \log_5 (5^{\frac{3}{2}})^3 = \log_5 5^{\frac{9}{2}} = \frac{9}{2}\log_5 5 = \frac{9}{2}$

ج) $\log_{\frac{1}{16}} \frac{\sqrt{2}}{8} = \log_{\frac{1}{2^4}} \frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^3} = \log_{2^{-4}} 2^{-\frac{5}{2}} = (-\frac{5}{2})(-\frac{1}{4})\log_2 2 = \frac{5}{8}\log_2 2 = \frac{5}{8}$

د) $\log_{5\sqrt{5}} 5\sqrt[3]{25} - \log_{\sqrt{2}} 0.125 = \log_{5^{\frac{3}{2}}} 5^{\frac{5}{3}} - \log_{2^{\frac{1}{2}}} (0.5)^3 = \log_{5^{\frac{3}{2}}} 5^{\frac{5}{3}} - \log_{2^{\frac{1}{2}}} (\frac{1}{2})^3 = \log_{5^{\frac{3}{2}}} 5^{\frac{5}{3}} - \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^{-3} =$

$$(\frac{5}{3})\times(\frac{2}{3})\log_5 5 - (-3)(2)\log_2 2 = \frac{10}{9}\log_5 5 + 6\log_2 2 = \frac{10}{9} + 6 = \frac{64}{9}$$

«حل تشریحی سوالات صفحه ۲۰»

-۴

$\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\dots+\log\frac{n}{n+1}=-2 \to \log\left(\cancel{\frac{1}{2}}\times\cancel{\frac{2}{3}}\times\dots\times\frac{n}{n+1}\right)=-2$

$\to \log_{10}\frac{1}{n+1}=-2 \to \frac{1}{n+1}=10^{-2} \to \frac{1}{n+1}=\frac{1}{100} \to n+1=100$ $\boxed{n=99}$

-۵

$\log 7=0/8 \quad , \quad \log 3=0/4 \quad , \quad \log 2=0/3$

$\log\frac{21}{8} \to \log 21-\log 8 \to \log(3\times 7)-\log 2^3 \to \log 3+\log 7-3\log 2 \to 0/4+0/8-3(0/3)$

$\boxed{1/2-0/9=0/3}$

-۶

$\log 2=a \qquad \log 3=b$

الف) $\log 18=\log(3^2\times 2)=\log 3^2+\log 2=2\underbrace{\log 3}_{b}+\underbrace{\log 2}_{a}=2b+a$

ب) $\log 750=\log(125\times 3\times 2)=\log(5^3\times 3\times 2)=3\log 5+\log 3+\log 2 \to 3(1-\underbrace{\log 2}_{a})+\underbrace{\log 3}_{b}+\underbrace{\log 2}_{a}$

* $\log 5 \to 1-\log 2$ $\qquad \to 3-3a+b+a=3-2a+b$

-۷

$\log a+\log b-\log(a+b) \to \log ab-\log(a+b) \to \log\frac{ab}{a+b} \to \log\frac{0/1}{10}=\log 10^{-2}=-2$

$x^2-10x+0/1=0 \quad ab \to \frac{c}{a}=0/1 \quad a+b=\frac{-b}{a}=10$

«حل سوالات چهارگزینه ای صفحه ۲۱»

۱- گزینه ۲

$$\left[\log_3^{\frac{9}{82}}\right] = \left[\log_3^{9} - \log_3^{82}\right] = \left[2 - \log_3^{82}\right] = \left[2 - 4/\dots\right] = \left[-2/\dots\right] = \boxed{-3}$$

$$\log_3^{82} > \log_3^{81} \to \log_3^{82} > 4$$

۲- گزینه ۴

$$2^{80} = A \xrightarrow{\log_{10}} , \quad \log 2^{80} = 80\log 2 = 80 \times 0/301$$

$$= 24/08 \to 24 + 1 = 25 \text{ رقم}$$

۳- گزینه ۲

$$\log^{(6-2\sqrt5)} + 2\log^{(1+\sqrt5)} = \log^{(\sqrt5-1)^2} + 2\log^{(\sqrt5+1)} = 2\log^{(\sqrt5-1)} + 2\log^{(\sqrt5+1)}$$

$$*\ \sqrt5 - 1 \times \frac{\sqrt5+1}{\sqrt5+1} = \frac{4}{\sqrt5+1}$$

$$2\log\frac{4}{\sqrt5+1} + 2\log^{\sqrt5+1} = 2\left(\log^4 - \log^{(\sqrt5+1)}\right) + 2\log^{\sqrt5+1} = 4\log^2 - \cancel{2\log^{\sqrt5+1}} + \cancel{2\log^{\sqrt5+1}}$$

$$\log^{2^2} = 2\log^2$$

$$\boxed{4\log^2 = 4k}$$

$$\boxed{\log^2 = k}$$

۴- گزینه ۳

$$\log^2 = a, \quad \log^3 = b \qquad \log\frac{25}{18} \to \log^{25} - \log^{18} = 2\log^5 - \left(\log^{3^2\times 2}\right) =$$

$$\log^{3^2} + \log^2$$

$$2\log^5 - 2\log^3 - \log^2 = 2(1-\log^2) - 2\log^3 - \log^2 \Longrightarrow$$

$$*\ \log^5 = 1 - \log^2$$

$$2 - 2\log^2 - 2\log^3 - \log^2 = 2 - 3\log^2 - 2\log^3$$

$$\boxed{2 - 3a - 2b}$$

۵- گزینه ۳

$$\log^{ab} = k_1 \quad \log^{bc} = k_2 \quad \log^{ac} = k_3$$

$$\log a^3b^2c = \log^a + \log^c + \log^{(ab)^2} \to \underbrace{\log^{ac}}_{k_3} + \overbrace{\log^{(ab)^2}}^{k_1} = \log^{ac} + 2\log^{ab} = k_3 + 2k_1$$

«حل سوالات چهارگزینه‌ای صفحه ۲۱»

۶- گزینه ۲

$$\underbrace{\log 2+\log 3}_{\log 6}+\log 4=a \rightarrow \log 6+2\log 2=a \rightarrow \log 6=a-2\log 2$$

$$\frac{3\log 6+2\log 8}{\log 2400}=\frac{3\log 6+6\log 2}{\log 6+2\log 2+2}=\frac{3(a-2\log 2)+6\log 2}{a-2\log 2+2\log 2+2}=\frac{3a-\cancel{6\log 2}+\cancel{6\log 2}}{a-\cancel{2\log 2}+\cancel{2\log 2}+2}=\frac{3a}{a+2}$$

$$2^3=8$$

$$\log(6\times 4\times 10^2)\rightarrow \log 6+\log 2^2+\log 10^2$$

۷- گزینه ۱

$$\log 2=a \quad , \quad \log 3=b$$

$$\log 0.75=\log(25\times 3\times 10^{-2})=\log(5^2\times 3\times 10^{-2})=\log 5^2+\log 3+\log 10^{-2}=2\log 5+\log 3-2\rightarrow$$

$$*\ \log 5\rightarrow 1-\log 2$$

$$\rightarrow 2(1-\log 2)+\log 3-2=\cancel{2}-2\log 2+\log 3-\cancel{2}=$$

a b

پاسخ ← $\boxed{-2a+b}$

۸- گزینه ۴

$$\log_x \sqrt{7}=-\frac{1}{2}\rightarrow \log_x 7^{\frac{1}{2}}\rightarrow \cancel{\tfrac{1}{2}}\log_x 7=-\cancel{\tfrac{1}{2}}\rightarrow \boxed{\log_x 7=-1}\rightarrow \boxed{x=\frac{1}{7}}$$

$$\log_2\left(1+\frac{1}{x}\right)\rightarrow \log_2\left(1+\frac{1}{\frac{1}{7}}\right)\rightarrow \log_2(1+7)=\log_2 8\rightarrow 3$$

۹- گزینه ۳

$$x=8\log_4 2\sqrt{2}\rightarrow 8\log_{2^2} 2^1\times 2^{\frac{1}{2}}=8\log_{2^2} 2^{\frac{3}{2}}=8\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\log_2 2=6\log_2 2=6$$

$$\log_x 4(x+3)\rightarrow \log_6 36=2$$

6

«حل تشریحی سوالات صفحه ۲۳ »

۱- الف) $\log x + \log(x-1) = \log 12 \rightarrow \log x(x-1) = \log 12 \rightarrow \log \boxed{x^2 - x = 12} = \log$

$x^2 - x = 12 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \rightarrow \boxed{\begin{matrix} x = 4 \checkmark \\ x = -3 \end{matrix}}$ ق ق / غ ق ق

$\log x = \log -3$ ← تعریف نمی‌شود ✗

ب) $\log_3 (2x+1) = 1 - \log_3 x \rightarrow \log_3 2x+1 = \log_3 3 - \log_3 x \rightarrow \log_3 2x+1 = \log_3 \frac{3}{x}$

$2x+1 = \frac{3}{x} \rightarrow 2x^2 + x = 3 \rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \rightarrow (2x+3)(x-1)$

$x \rightarrow 1$ ✓ ق ق

$x \rightarrow -\frac{3}{2}$ غ ق ق $\quad \log_3 x \rightarrow \log_3 -\frac{3}{2}$ ✗✗

پ) $\log_7 (4x+1) - \log_7 (x+1) = \log_7 3 \rightarrow \log_7 \frac{4x+1}{x+1} = \log_7 3$

$\frac{4x+1}{x+1} = 3 \rightarrow 4x+1 = 3x+3 \rightarrow \boxed{x = 2 \checkmark}$ ق ق

ت) $\log_8 (x+1)^3 + 4\log_{16} \sqrt{x} = 1 \rightarrow \log_{2^3} (x+1)^3 + 4 \log_{2^4} x^{\frac{1}{2}} = 1$

$\frac{3}{3}\log_2 x+1 + 4 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \log_2 x \rightarrow \log_2 x+1 + \log_2 x = 1$

$\log_2 (x+1) \times x = \log_2 2 \rightarrow x^2 + x = 2 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$(x-1)(x+2) = 0$

ق ق $x = 1$

غ ق ق ← $x = -2$

✗✗ $\log_8 (-1)^3$ ← $\log_8 (x+1)^3$ -2

$\log_4 \sqrt{x}$ ← زیر رادیکال منفی نمی‌شود

ث) $3^{\log_{10} x} + x^{\log_{10} 3} = 54 \rightarrow 3^{\log_{10} x} + 3^{\log_{10} x} \rightarrow 2 \times 3^{\log_{10} x} = 54 \quad 3^{\log_{10} x} = 27$

$\log_{10} x = 3 \quad \boxed{x = 10^3 = 1000}$

«حل تشریحی سوالات صفحه ۲۳»

ادامه سوال ① -

ج) $\log_{\sqrt{x}} 2 + 4\log_4 x^2 + 9 = 0 \rightarrow \log_{x^{1/2}} 2 + 4\log_{2^2} x^2 + 9 = 0$

$2\log_x 2 + 4(2)(\frac{1}{2})\log_2 x + 9 = 0 \rightarrow 2\log_x 2 + 4\log_2 x + 9 = 0$

$\log_x 2 = \frac{1}{\log_2 x}$ $\qquad 2\left(\frac{1}{\log_2 x}\right) + 4\log_2 x + 9 = 0$ $\qquad \boxed{\log_2 x = A}$

$2\left(\frac{1}{A}\right) + 4A + 9 = 0 \xrightarrow{A\times} \left(\frac{2}{A} + 4A + 9 = 0\right)$

$4A^2 + 9A + 2 = 0 \qquad \Delta = 81 - 4(4)(2) = 49$

$A \rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{8} = \frac{-9 \pm 7}{8}$ $\rightarrow A_1 = -2 \quad \log_2 x = -2 \quad x = \frac{1}{4}$ ق ق

$\rightarrow A_2 = -\frac{1}{4} \quad \log_2 x = -\frac{1}{4} \quad x = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ ق ق

ج) $2\log_x 3 \times \log_x 3 = \log_9 \sqrt{x^3}$ $\qquad \boxed{\log_x 3 = \frac{1}{\log_3 x}}$

$\log_{9\sqrt{x}} 3 = \frac{1}{\log_3 9\sqrt{x}} = \frac{1}{\log_3 9 + \log_3 \sqrt{x}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{2}\log_3 x}$ $\qquad \boxed{\log_3 x = A}$

$2 \times \frac{1}{A} \times \frac{1}{A} = \frac{1}{2 + \frac{1}{2}A} \rightarrow \frac{2}{A^2} = \frac{1}{2 + \frac{A}{2}}$

$4 + A = A^2 \rightarrow A^2 - A - 4 = 0 \qquad \Delta = 17 \qquad A \rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$

$\log_3 x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2} \rightarrow$ ق ق $\boxed{x = 3^{\frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}}}$

ج) $(\sqrt{x})^{(\log_7 x) - 1} = 7$ $\qquad$ ابتدا از ۲ طرف در مبنای ۷ لگاریتم می‌گیریم :

$\log_7 \sqrt{x}^{(\log_7 x) - 1} = \log_7 7 \rightarrow ((\log_7 x) - 1)\log_7 \sqrt{x} = 1$

$\frac{1}{2}(\log_7 x)((\log_7 x) - 1) = 1 \rightarrow (\log_7 x)^2 - (\log_7 x) = 2$

$\boxed{\log_7 x = A}$ $\qquad A^2 - A = 2 \rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \qquad (A-2)(A+1) = 0$

$\begin{cases} A = 2 \\ A = -1 \end{cases}$

$\log_7 x = 2 \qquad \boxed{x_1 = 49}$ ق ق

$\log_7 x = -1 \qquad \boxed{x = \frac{1}{7}}$ ق ق

«حل تشریحی سوالات صفحه ۲۳»

ادامه سوال ① -

خ) $5^{\log_2 x} \times x^{\log_2 5} = 4^{\log_2 5} \rightarrow x^{\log_2 5} \times x^{\log_2 5} = 4^{\log_2 5}$

$(x^2)^{\log_2 5} = (2^2)^{\log_2 5}$ $\boxed{x=2}$ ق ق

د) $\log_9 x^2 + \log_3 (1-2x) = 0 \rightarrow \log_{3^2} x^2 + \log_3 (1-2x) = 0$

$\log_3 x + \log_3 (1-2x) = 0$ $x(1-2x) = 1$

$-2x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow -2x^2 + x - 1 = 0$ $\Delta = 1 - 4(-2)(-1) = 1 - 8 = -7$

$\Delta < 0$ معادله جواب ندارد

ر) $\log_x (x+2) \times \log_{2x+3} x \times \log_{2x+4} (2x+3) = 1 \rightarrow \frac{\log (x+2)}{\cancel{\log x}} \times \frac{\cancel{\log x}}{\cancel{\log (2x+3)}} \times \frac{\cancel{\log (2x+3)}}{\log (2x+4)} = 1$

$\frac{\log (x+2)}{\log (2x+4)} = 1$ $\log (x+2) = \log (2x+4) \rightarrow x+2 = 2x+4 \rightarrow \boxed{x=-2}$ غ ق

$x=-2$ در دامنه نیست ← پس این معادله جواب ندارد

۲- $\log_2 \sqrt[5]{9} = a$ $\left(\sqrt[5]{9} = 3^{\frac{2}{5}}\right)$ $\rightarrow \frac{\frac{2}{5}\log_2 3}{\frac{2}{5}} = \left(\frac{a}{\frac{2}{5}}\right) \Rightarrow \log_2 3 = \frac{5a}{2}$

$\log_{\sqrt{3}} 16$ $\left(16 = 2^4,\ \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}\right)$ $= \frac{4}{\frac{1}{2}} \log_3 2 = 8 \log_3 2 \xrightarrow{\log_b a = \frac{1}{\log_a b}} 8 \times \frac{1}{\log_2 3} = 8 \times \frac{1}{\frac{5a}{2}} = \frac{16}{5a}$

۳- $\log_x (x+2) = \log_x (4-x) + 1 \rightarrow \log_x (x+2) = \log_x (4-x) + \log_x x$

$\log_x (x+2) = \log_x (4-x)x \rightarrow x+2 = x(4-x) \rightarrow x+2 = 4x - x^2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$ $(x-1)(x-2) = 0$ $x=1$ غ ق
$x=2$ ق ق

۴- الف) $\begin{cases} \log x + \log y = 0 \rightarrow \log xy = \log 1 \rightarrow \boxed{xy=1} \\ x^2 + y^2 = 2 \rightarrow (x+y)^2 - 2xy = 2 \rightarrow (x+y)^2 = 4 \rightarrow x+y = \pm 2 \end{cases}$

$x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$ $x = y = \pm 1$ $x = y = 1$ ق ق

$x + \frac{1}{x} = -2 \rightarrow (x+1)^2 = 0 \rightarrow x = -1$ $x = y = -1$ غ ق

«حل تشریحی سوالات صفحه ۲۳»

ادامه سوال ④

ب) $\begin{cases} \log_4^x - \log_{27}^y = 1 \\ \log_2^x - \log_3^y = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}\log_2^x - \frac{1}{3}\log_3^y = 1 \\ \log_2^x - \log_3^y = 1 \end{cases} \longrightarrow$

$\log_2^x \to a$

$\log_3^y \to b$

$\begin{cases} \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}b = 1 \to \cancel{\frac{1}{2}a} - \frac{1}{3}b = 1 \\ -\frac{1}{2}(a - b = 1) \to \cancel{-\frac{1}{2}a} + \frac{1}{2}b = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$-\frac{1}{3}b + \frac{1}{2}b = 1 - \frac{1}{2} \to \frac{1}{6}b = \frac{1}{2} \quad \boxed{b = 1/3}$

ج) $\begin{cases} \log_y^x + \log_x^y = \frac{5}{2} \\ x + y = 6 \end{cases} \longrightarrow A + \frac{1}{A} = \frac{5}{2} \longrightarrow A^2 + 1 = \frac{5}{2}A \to 2A^2 - 5A + 2 = 0$

$\downarrow$

$A = 2$

$A = 1/2$

$\log_y^x = A \quad \log_x^y = \frac{1}{A}$

$A = 2 \longrightarrow \log_y^x = 2 \longrightarrow x = y^2 \to y^2 + y = 6 \to y = 2$ ق ق ، $y = -3$ غ ق ق $\quad \boxed{\begin{matrix} y = 2 \\ x = 4 \end{matrix}}$

$A = 1/2 \to \log_x^y = 2 \longrightarrow y = x^2 \to x^2 + x = 6 \to x = 2$ ق ق $\quad x = -3$ غ ق ق $\quad \boxed{\begin{matrix} x = 2 \\ y = 4 \end{matrix}}$

«« حل سوالات چهار گزینه ای صفحه ۳۴ »»

۱- گزینه ۴

$$\log_{a^2b} a = \frac{1}{\log_a a^2b} = A \to \frac{1}{2+\log_a b} = \frac{A}{1}$$

$$\log_{b^2a} b = \frac{1}{\log_b b^2a} = \frac{1}{2+\log_b a}$$

$$\log_a b \to \frac{1}{A} - 2 = \frac{1-2A}{A}$$

$$\frac{1}{\log_b a} = \frac{1-2A}{A} \to \boxed{\log_b a = \frac{A}{1-2A}}$$

$$\frac{1}{2+\frac{A}{1-2A}} = \frac{1}{\frac{2-4A+A}{1-2A}} = \frac{1-2A}{2-3A}$$

۲- گزینه ۱

$$\log(x-9) + 2\log(\sqrt{2x-1}) - 2 = 0 \to \log(x-9) + 2\times\frac{1}{2}\log(2x-1) - 2 = 0$$

$$\log_{10}(x-9) + \log_{10}(2x-1) = \log_{10}100 \to (x-9)(2x-1) = 100 \to 2x^2 - 19x - 91 = 0$$

$x \to 13$ ✓

$x \to -7/2$ غ ق ق

۳- گزینه ۲

$$\log_{14} x \to \log_{14} 2 = -1/4$$

$$\log(2x-1)(x+3) = \log 15$$

$$(2x-1)(x+3) = 15 \to 2x^2 + 6x - x - 3 = 15 \to 2x^2 + 5x - 18 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(2)(-18) \to 169 \qquad x = \frac{-5 \pm 13}{4} \to \frac{-5+13}{4} = 2$$ ق

۴- گزینه ۳

$$2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1 \to 2^{x-7} \times 2^{2x+2y} = 1 \to 2^{3x+2y-7} = 1 \to 3x+2y-7 = 0$$

$$\log y = 2\log 3 + \log x \to \log y - \log x = 2\log 3 \to \log\frac{y}{x} = \log 9 \to \frac{y}{x} = 9 \quad \boxed{y = 9x}$$

$$3x + 2(9x) - 7 = 0 \to 3x + 18x - 7 = 0 \to 21x = 7 \to \boxed{x = \frac{1}{3}}$$

$$3x + 2y - 7 = 0 \to 3\left(\frac{1}{3}\right) + 2y - 7 = 0 \to 1 + 2y - 7 = 0 \to 2y - 6 = 0 \quad \boxed{y = 3}$$

۵- گزینه ۴

$$\log_x(x^2+4) = 1 + \log_x 5 \to \log_x(x^2+4) = \log_x x + \log_x 5 \to x^2 + 4 = 5x$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \quad (x-1)(x-4) = 0 \quad \begin{cases} x = 1 \to \log_1 1 = 0 \\ x = 4 \to \log_2 4 = 2 \ ✓ \end{cases}$$

۶- گزینه ۲

$$\log(x^2-x-6) - \log(x-3) = \log(2x-5) \to \frac{\overset{(\cancel{x-3})(x+2)}{x^2-x-6}}{\cancel{x-3}} = 2x-5 \quad \boxed{x \neq 3}$$

$$x + 2 = 2x - 5$$

$$\boxed{x = 7}$$

$$\log_4 \sqrt[3]{x+1} \to \log_4 \sqrt[3]{8} \to \log_4 2 = \frac{1}{2}$$

«حل سوالات چهارگزینه‌ای صفحه ۲۴»

۷- گزینه ۴

$$\log x + \log(x+1) + \log(x+2) = \log 6$$

$$x(x+1)(x+2) = 6 = 1 \times 2 \times 3 \Longrightarrow x = 1$$

۸- گزینه ۴

$$\log(2x-5) + \log(x+1) = \log(4x-1)$$

$$(2x-5)(x+1) = (4x-1) \Longrightarrow 2x^2 + 2x - 5x - 5 = 4x - 1$$

$$2x^2 - 7x - 4 = 0 \longrightarrow x = \frac{7 \pm 9}{4} \longrightarrow \begin{array}{l} x = 4 \quad \text{ق ق} \\ x = -\frac{1}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{array}$$

$$\log_3 9 \longrightarrow 2$$